UFRGS – Instituto de Matemática – 2015/2	1	2	3	4	5	081
Departamento de Matemática Pura e Aplicada **MAT01354 Cálculo e Geometria Analítica IIA** **PROVA 2 – 16 de outubro de 2015 – 08h30**						

Nome	**Cartão**	**Turma**	**Chamada**

0811 Considere a integral dupla iterada $I = \displaystyle\int_0^3 \int_0^y f(x,y)\,dxdy$, em que o integrando é dado por $f(x,y) = 4x\sqrt{y^2 - x^2}$.

1. Determine e esboce uma região R do plano xy tal que $I = \displaystyle\iint_R f(x,y)\,dA$.
2. Escreva I como integral dupla iterada na ordem $dydx$.
3. Calcule o valor de I.

0812 Seja R a região situada fora da cardioide de equação polar $r = 2 + 2\operatorname{sen}\theta$ e dentro do triângulo delimitado por $x = \sqrt{3}\,y$, $y = 0$ e $x = 3$.

1. Obtenha coordenadas polares das retas $x = \sqrt{3}\,y$ e $x = 3$.
2. Esboce R no plano xy e dê coordenadas polares dos quatro vértices de R.
3. Escreva (*sem calcular*!) $\displaystyle\iint_R (1 + x^2 + y^2)^{-2}\,dA$ como uma integral dupla iterada em coordenadas polares.

0813 Use uma integral tripla iterada em coordenadas cartesianas para calcular o volume do sólido S delimitado no **primeiro octante** pelo plano de equação $3x + 4y = 12$ e pelo cilindro parabólico horizontal de equação $z = 4 - y^2$.

0814 Considere o sólido S situado dentro da folha de cone superior de equação $z = \sqrt{3}\sqrt{x^2 + y^2}$ e dentro da esfera de equação $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$, cuja densidade num ponto P é dada por $\delta(x,y,z) = z$. Escreva a massa de S (*sem calcular*!) como uma integral tripla iterada em coordenadas cilíndricas e **também** em coordenadas esféricas.

(Lembre que, em coordenadas esféricas, $dV = \rho^2 \operatorname{sen}\phi\; d\rho\, d\phi\, d\theta$.)

0815 Seja R a região delimitada no **primeiro quadrante** pelas curvas de equações $x^2 + y^2 = 3$ e $x^2 + y^2 = 4$ e considere a curva C que contorna R no sentido anti-horário. Calcule a integral de linha

$$\oint_C \left[y^2 + \tfrac{x}{1+x}\right] dx + \left[3xy + \sqrt{2+y}\right] dy.$$

UFRGS – Instituto de Matemática – 2015/2 Departamento de Matemática Pura e Aplicada MAT01354 Cálculo e Geometria Analítica IIA PROVA 2 – 16 de outubro de 2015 – 10h30	1	2	3	4	5	101

Nome	Cartão	Turma	Chamada

1011 Considere a integral dupla $I = \iint_R 2x\,dA$ na região R delimitada por $x = 0,\ 3x + 4y = 12$ e $5x + 4y = 20$.

1. Determine e esboce a região R na qual é dada a integral dupla I.
2. Escreva (*sem calcular!*) I como integral dupla iterada nas ordens $dydx$ e $dxdy$.

1012 Considere a integral dupla iterada $I = \int_0^{\pi/2}\int_{2\,\mathrm{sen}\,\theta}^{2} \cos\theta\,drd\theta$.

1. Calcule o valor de I.
2. Esboce R no plano xy e dê coordenadas polares dos três vértices de R.
3. Usando equações em coordenadas cartesianas, descreva a região de integração R e obtenha uma função $z = f(x, y)$ tal que $I = \iint_R f(x, y)\,dA$.

1013 Considere o sólido S situado acima do plano de equação $z = 0$ e abaixo do paraboloide de equação $z = 16 - x^2 - y^2$, com densidade radial dada em cada ponto pelo quadrado da distância do ponto ao eixo z. Escreva (*sem calcular!*) a massa de S como uma integral tripla iterada em coordenadas cartesianas e, **também**, em coordenadas cilíndricas.

1014 Considere o sólido S situado entre as superfícies esféricas de equações $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ e $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ e dentro da folha de cone superior de equação $z = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{x^2 + y^2}$. Use uma integral tripla iterada em coordenadas esféricas para calcular $\iiint_S (x^2 + y^2 + z^2)^{-1}\,dV$.

(Lembre que, em esféricas, $dV = \rho^2 \,\mathrm{sen}\,\phi\ d\rho\, d\phi\, d\theta$.)

1015 Considere o caminho poligonal **fechado** C de vértices nos pontos $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(2, 1)$ e $(0, 3)$ percorrido no sentido anti-horário. Calcule a integral de linha

$$\oint_C \left[e^{3x} + y^2\right] dx + \left[3xy + \mathrm{sen}(2y)\right] dy.$$

UFRGS – Instituto de Matemática – 2015/2
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01354 Cálculo e Geometria Analítica IIA
PROVA 2 – 16 de outubro de 2015 – 13h30

1	2	3	4	5	131

Nome	Cartão	Turma	Chamada

1311 Considere a integral dupla iterada $I = \displaystyle\int_0^3\int_0^x f(x,y)\,dydx$, em que o integrando é dado por $f(x,y) = 4y\sqrt{x^2-y^2}$.

1. Determine e esboce uma região R do plano xy tal que $I = \displaystyle\iint_R f(x,y)\,dA$.
2. Escreva I como integral dupla iterada na ordem $dxdy$.
3. Calcule o valor de I.

1312 Seja R a região situada fora da cardioide de equação polar $r = 2+2\cos\theta$ e dentro do triângulo delimitado por $y = 0$, $x = 0$ e $x+y = 6$.

1. Obtenha coordenadas polares da reta $x+y = 6$.
2. Esboce R no plano xy e dê coordenadas polares dos quatro vértices de R.
3. Escreva (*sem calcular*!) $\displaystyle\iint_R (1+x^2+y^2)^{-3}\,dA$ como uma integral dupla iterada em coordenadas polares.

1313 Use uma integral tripla iterada em coordenadas cartesianas para calcular o volume do sólido S delimitado no **primeiro octante** pelo plano de equação $x+z = 8$ e pelo cilindro parabólico vertical de equação $y = 4-x^2$.

1314 Considere o sólido S situado no **primeiro octante** entre as superfícies dadas pelas equações $x^2+y^2+z^2 = 4$ e $x^2+y^2+z^2 = 9$, cuja densidade num ponto P é dada pela terça parte da distância de P à origem. Escreva (*sem calcular*!) a massa de S como uma integral tripla iterada em coordenadas cilíndricas e **também** em coordenadas esféricas.

(Lembre que, em coordenadas esféricas, $dV = \rho^2 \operatorname{sen}\phi\; d\rho\, d\phi\, d\theta$.)

1315 Seja R a região delimitada no semiplano de equação $y \geqslant 0$ pelas curvas de equações $x^2+y^2 = 3$ e $x^2+y^2 = 4$ e considere a curva C que contorna R no sentido anti-horário. Calcule a integral de linha

$$\oint_C \left[y^2+\ln(1+3x^2)\right]dx + \left[3xy+e^{(1+y^2)}\right]dy.$$

UFRGS – Instituto de Matemática – 2015/2
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01354 Cálculo e Geometria Analítica IIA
PROVA 2 – 16 de outubro de 2015 – 15h30

1	**2**	**3**	**4**	**5**	151

Nome	**Cartão**	**Turma**	**Chamada**

$\boxed{\textbf{1511}}$ Considere a integral dupla $I = \displaystyle\iint_R 2y\,dA$ na região R delimitada por $y = 0,\ 4x + 3y = 12$ e $4x + 5y = 20$.

1. Determine e esboce a região R na qual é dada a integral dupla I.
2. Escreva (*sem calcular*!) I como integral dupla iterada nas ordens $dydx$ e $dxdy$.

$\boxed{\textbf{1512}}$ Considere a integral dupla iterada $I = \displaystyle\int_0^{\pi/2}\int_{2\cos\theta}^{2} \operatorname{sen}\theta\,drd\theta$.

1. Calcule o valor de I.
2. Esboce R no plano xy e dê coordenadas polares dos três vértices de R.
3. Usando curvas e retas em coordenadas cartesianas, descreva a região de integração R e obtenha uma função $z = f(x, y)$ tal que $I = \displaystyle\iint_R f(x, y)\,dA$.

$\boxed{\textbf{1513}}$ Considere o sólido S situado acima do plano de equação $z = 0$ e abaixo da folha de cone de equação $z = 25 - \sqrt{x^2 + y^2}$, com densidade dada em cada ponto pelo dobro da distância do ponto ao plano de equação $z = 25$. Escreva (*sem calcular*!) a massa de S como uma integral tripla iterada em coordenadas cartesianas e, **também**, em coordenadas cilíndricas.

$\boxed{\textbf{1514}}$ Considere o sólido S situado entre as superfícies esféricas de equações $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ e $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ e dentro da folha de cone superior de equação $z = \sqrt{3}\sqrt{x^2 + y^2}$. Use uma integral tripla iterada em coordenadas esféricas para calcular $\displaystyle\iiint_S (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}\,dV$.

(Lembre que, em coordenadas esféricas, $dV = \rho^2 \operatorname{sen}\phi\ d\rho\,d\phi\,d\theta$.)

$\boxed{\textbf{1515}}$ Considere o caminho poligonal **fechado** C de vértices nos pontos $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(3, 2)$ e $(0, 2)$ percorrido no sentido anti-horário. Calcule a integral de linha

$$\oint_C \left[e^{2x} + 3y^2\right] dx + \left[4xy + \cos(3y)\right] dy.$$

UFRGS – Instituto de Matemática – 2015/2
Departamento de Matemática Pura e Aplicada
MAT01354 Cálculo e Geometria Analítica IIA
PROVA 2 – 16 de outubro de 2015 – 18h30

1	2	3	4	5	181

Nome	Cartão	Turma	Chamada

$\boxed{\textbf{1811}}$ Considere a região R delimitada por $y = 0$, $y = 2x$ e $x + y = 3$.

1. Determine e esboce a região R no plano xy.
2. Considere a integral dupla $\iint_R 2y^2\, dA$. Escreva essa integral como integral dupla iterada nas ordens $dydx$ e $dxdy$.
3. Calcule o valor de $\iint_R 2y^2\, dA$.

$\boxed{\textbf{1812}}$ Considere a integral dupla iterada $I = \int_0^{\pi/2}\int_{4\cos\theta}^{4} \operatorname{sen}\theta\, drd\theta$.

1. Calcule o valor de I.
2. Esboce R no plano xy e dê coordenadas polares dos três vértices de R.
3. Usando curvas e retas em coordenadas cartesianas, descreva a região de integração R e obtenha uma função $z = f(x, y)$ tal que $I = \iint_R f(x, y)\, dA$.

$\boxed{\textbf{1813}}$ Considere o sólido S situado acima do plano de equação $z = 0$ e abaixo do paraboloide de equação $z = 16 - x^2 - y^2$, com densidade radial dada em cada ponto pelo quadrado da distância do ponto ao eixo z. Escreva (*sem calcular*!) a massa de S como uma integral tripla iterada em coordenadas cartesianas e, **também**, em coordenadas cilíndricas.

$\boxed{\textbf{1814}}$ Considere o sólido S situado entre as superfícies esféricas dadas pelas equações $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ e $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ e dentro da folha de cone superior de equação $z = \sqrt{x^2 + y^2}$. Escreva (*sem calcular*!) a integral tripla $\iiint_S z^3\, dV$ como uma integral tripla iterada em coordenadas esféricas.

(Lembre que, em coordenadas esféricas, $dV = \rho^2 \operatorname{sen}\phi\; d\rho\, d\phi\, d\theta$.)

$\boxed{\textbf{1815}}$ Considere o caminho poligonal **fechado** C de vértices nos pontos $(0, 0), (3, 0), (3, 5)$ e $(0, 5)$ percorrido no sentido anti-horário. Calcule a integral de linha

$$\oint_C \left[4x^3 + 3y^3\right] dx + \left[6xy^2 + 9y^3\right] dy.$$